1. EJEMPLO DE TABLA DE VERDAD PASO A PASO

Veamos cómo se realizan las tablas de verdad con este razonamiento como ejemplo:

$$[(p \to q) \land \neg (r \to q)] \to [(p \lor \neg r) \to q]$$

a) Situaciones

Hay que contar las variables: en este caso son 3 (p, q, r) aunque se repitan en total en siete ocasiones. Tampoco nos importa por ahora si una misma variable aparece negada en otro lugar. Elevamos 2 por el número de variables (que son 3 en este caso). $2^3 = 8$ situaciones. Por tanto, debemos prepararnos para completar una tabla de verdad tal como se muestra a continuación: con columnas de 8 filas, una fila por cada situación y una columna justo debajo de cada variable y de cada símbolo lógico (negador y conector).

	[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															

b) Variables

En primer lugar, vamos a colocar los valores V y F debajo de cada variable.

El orden será diferente en cada variable. La primera variable (p) alternará valores de uno en uno (y se mantendrá ese orden para la *p* en todo el ejercicio); la segunda (*q*) de dos en dos… hasta la última (*r*), en la que colocaremos la primera mitad como V y la segunda mitad como F.

Siempre que se repita una variable, le colocaremos los mismos valores en el mismo orden que en la primera ocasión. Los distingo por colores en el ejemplo (azul para *p*, verde para *q* y negro para *r*):

[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
V		V			V		V		V			V		V
F		V			V		V		F			V		V
V		F			V		F		V			V		F
F		F			V		F		F			V		F
V		V			F		V		V			F		V
F		V			F		V		F			F		V
V		F			F		F		V			F		F
F		F			F		F		F			F		F

c) Negadores de variables individuales

A continuación, si las hubiera, hay que fijarse en las negaciones de variables individuales, es decir en aquellos negadores que afecten directamente a una sola variable.

Se habrá de colocar los valores inversos que tenga esa variable en este momento, y, a partir de este momento, tendremos en cuenta esta columna, la de la negación de la variable.

En el ejemplo está ¬ *r*. Al colocar los valores de la negación, en adelante tendrás en cuenta la columna de ¬ que está antes de esa *r*. Lo distingo en rojo.

Por cierto, en el ejemplo hay dos negadores: uno afecta a un conjunto de variables relacionadas por un conector ¬ *(r* → *q)*. Este caso se hará cuando se resuelva el valor de verdad de esa implicación → que conecta a *r* y *q*.

[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
V		V			V		V		V		F	V		V
F		V			V		V		F		F	V		V
V		F			V		F		V		F	V		F
F		F			V		F		F		F	V		F
V		V			F		V		V		V	F		V
F		V			F		V		F		V	F		V
V		F			F		F		V		V	F		F
F		F			F		F		F		V	F		F

d) Conectores secundarios (y sus negadores)

- **Paréntesis**

Ahora hemos de pasar a los conectores, siguiendo las reglas de cada uno. En primer lugar, debemos hacer la tabla de verdad de los conectores que estén dentro de paréntesis. Una vez hecha la tabla de verdad de un conector, debo olvidarme en adelante de las columnas de las variables individuales involucradas (marcadas en azul). A partir de ese momento, me interesa el resultado del conector de esas variables (columnas rojas).

Distingo en rojo la tabla de verdad del conector, y en azul las columnas de las variables que hay que tener en cuenta (en un caso se trata de la columna de la negación de la variable *r*). La columna roja queda en medio de las columnas azules. Las columnas negras no sirven, porque ya quedaron atrás (caso de la *r*) o porque aún no han entrado en juego (caso de la *q* de la derecha del todo).

[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
V	V	V			V	V	V		V	V	F	V		V
F	V	V			V	V	V		F	F	F	V		V
V	F	F			V	F	F		V	V	F	V		F
F	V	F			V	F	F		F	F	F	V		F
V	V	V			F	V	V		V	V	V	F		V
F	V	V			F	V	V		F	V	V	F		V
V	F	F			F	V	F		V	V	V	F		F
F	V	F			F	V	F		F	V	V	F		F

Una vez completado el nivel de los conectores de paréntesis, debemos volver a revisar si hay negadores de conjunto, en este caso, negador de paréntesis. De haberlos, se negaría el valor de la columna del conector del interior del paréntesis.

En el ejemplo, en azul la columna a la que le afecta el negador, y en rojo la columna resultante de negar esa columna azul.

[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
V	V	V		F	V	V	V		V	V	F	V		V
F	V	V		F	V	V	V		F	F	F	V		V
V	F	F		V	V	F	F		V	V	F	V		F
F	V	F		V	V	F	F		F	F	F	V		F
V	V	V		F	F	V	V		V	V	V	F		V
F	V	V		F	F	V	V		F	V	V	F		V
V	F	F		F	F	V	F		V	V	V	F		F
F	V	F		F	F	V	F		F	V	V	F		F

- **Corchetes**

A continuación, hay que seguir con los conectores. Ahora hemos de pasar al otro nivel: el de los corchetes. Las columnas que hay que tener en cuenta son las que se vean involucradas por ese conector. Deberán ser las columnas del nivel de conectores de paréntesis o de variables individuales que aún no hayamos superado.

En el ejemplo: en azul las columnas a relacionar; en rojo las columnas resultantes con el valor de verdad de los corchetes.

[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
V	V	V	F	F	V	V	V		V	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V		F	F	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F		V	V	F	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F	F		F	F	F	V	V	F
V	V	V	F	F	F	V	V		V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V		F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	V	F		V	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F	V	F		F	V	V	F	F	F

Debes comprobar que no hay ningún negador que se refiera a un corchete. Si lo hubiera, debes proceder como anteriormente con el negador de los paréntesis.

Puede ser que haya otro nivel de conectores (llaves, por ejemplo). En ese caso, debes seguir el proceso tal como hasta ahora.

e) CONECTOR PRINCIPAL

Finalmente, ha de quedar un conector fuera de todo paréntesis o corchete, etc… Ese es el conector principal.

Debes relacionar las dos columnas resultantes del proceso anterior. En el caso del ejemplo, son las columnas de conectores del interior de los corchetes. En azul estas columnas; en rojo y enmarcada (debes enmarcarla) la columna resultante.

[(p	→	q)	∧	¬	(r	→	q)]	→	[(p	∨	¬	r)	→	q]
V	V	V	**F**	F	V	V	V	**V**	V	V	F	V	**V**	V
F	V	V	**F**	F	V	V	V	**V**	F	F	F	V	**V**	V
V	F	F	**F**	V	V	F	F	**V**	V	V	F	V	**F**	F
F	V	F	**V**	V	V	F	F	**V**	F	F	F	V	**V**	F
V	V	V	**F**	F	F	V	V	**V**	V	V	V	F	**V**	V
F	V	V	**F**	F	F	V	V	**V**	F	V	V	F	**V**	V
V	F	F	**F**	F	F	V	F	**V**	V	V	V	F	**F**	F
F	V	F	**F**	F	F	V	F	**V**	F	V	V	F	**F**	F

Puede darse el caso de que no quede un solo conector fuera de paréntesis. Si es así, todo el enunciado estará precedido por una negación. Por ejemplo: ¬ *[(p → q) → ¬q]*. En este caso, la columna principal será la del negador principal (que está fuera de paréntesis o corchete, justo al inicio).

f) *TIPO DE TABLA DE VERDAD*

Por último, debes indicar qué tipo de tabla de verdad ha resultado, si tautológica, contingente o contradictoria. La del ejemplo es tautológica.